Université Ibn Khaldoun
Faculté des sciences de la matière
Département de physique

Niveau : 2e année physique
Module : Thermodynamique
A.U : 2023-2024 Durée : 1H30

Corrigé d'examen de rattrapage

Exercice 1 (4 points)

A l'équilibre $\sum Q = Q_1 + Q_2 + Q_B = 0$ 0.5

Où Q_B : est la quantité de chaleur du baignoire.

Q_1 : est la quantité de chaleur de l'eau chaude.

Q_2 : est la quantité de chaleur de l'eau froide.

Avec Q_B est négligeable.

Alors $Q_1 + Q_2 = 0 \Leftrightarrow C_1(T_f - T_1) + C_2(T_f - T_2) = 0 \Leftrightarrow m_1 C_e(T_f - T_1) + m_2 C_e(T_f - T_2) = 0$

$$\Rightarrow m_1(T_f - T_1) + m_2(T_f - T_2) = 0$$ 0.5

Où C_e est la capacité calorifique massique de l'eau et m_1, m_2 sont les masses.

Avec $m_1 = \rho V_1$ et $m_2 = \rho V_2$ 0.5

Donc

$$\Rightarrow \rho V_1(T_f - T_1) + \rho V_2(T_f - T_2) = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{V_1(T_f - T_1) + V_2(T_f - T_2) = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(1)}$$ 0.5

Le volume total de la baignoire est

$$\boxed{V = V_1 + V_2 \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.(2)}$$ 0.5

On obtient le système d'équation suivant

$$\begin{cases} V_1(T_f - T_1) + V_2(T_f - T_2) = 0 \\ V = V_1 + V_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_1(T_f - T_1) + V_2(T_f - T_2) = 0 \\ -V_1(T_f - T_1) - V_2(T_f - T_1) = -V(T_f - T_1) \end{cases} \Rightarrow V_2(T_1 - T_2) = V(T_1 - T_f)$$

$$\boxed{\Rightarrow V_2 = V\left(\frac{T_1 - T_f}{T_1 - T_2}\right)}$$ 0.5

De (2), on obtient

$$V = V_1 + V_2 \Rightarrow V_1 = V - V_2 = V - V\left(\frac{T_1 - T_f}{T_1 - T_2}\right) = V\left(\frac{T_f - T_2}{T_1 - T_2}\right)$$

$$\boxed{\Rightarrow V_1 = V\left(\frac{T_f - T_2}{T_1 - T_2}\right)}$$ 0.5

<u>A.N</u>

$T_1 = 50°C$

$T_2 = 18°C$

$T_f = 32°C$

$$\boxed{V_1 = 43.75\ l \quad ; \quad V_2 = 66.67\ l}$$ 0.5

بالتوفيق

Exercice 2 (6 points)

1- La transformation est irréversible, car il est impossible de revenir à notre état initial par le même chemin. 0.5

2- Les quantités de chaleurs Q_1 et Q_2

Quantité de chaleur du système 1 est : 0.5

$$\boxed{Q_1 = C_1\Delta T = C_1(T_f - T_1)}$$

Quantité de chaleur du système 2 est :

$$\boxed{Q_2 = C_2\Delta T = C_2(T_f - T_2)}$$ 0.5

A l'équilibre : $\sum Q = 0$

$$\Rightarrow Q_1 + Q_2 = 0 \Leftrightarrow C_1(T_f - T_1) + C_2(T_f - T_2) = 0 \Rightarrow T_f(C_1 + C_2) = T_1C_1 + T_2C_2$$

$$\boxed{\Rightarrow T_f = \frac{T_1C_1 + T_2C_2}{C_1 + C_2} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)}$$ 0.5

3- **Les expressions des variations d'entropie**

$$dS_1 = \frac{\delta Q_1}{T_1} = C_1\frac{\delta T}{T_1} \Rightarrow \Delta S_1 = C_1\int_{T_1}^{T_f}\frac{\delta T}{T_1} = C_1 lnT \Big|_{T_1}^{T_f} = C_1 ln\left(\frac{T_f}{T_1}\right) \Rightarrow \boxed{\Delta S_1 = C_1 ln\left(\frac{T_f}{T_1}\right)}$$ 0.5

$$dS_2 = \frac{\delta Q_2}{T_2} = C_2\frac{\delta T}{T_2} \Rightarrow \Delta S_2 = C_2\int_{T_2}^{T_f}\frac{\delta T}{T_2} = C_2 lnT \Big|_{T_2}^{T_f} = C_2 ln\left(\frac{T_f}{T_2}\right) \Rightarrow \boxed{\Delta S_2 = C_2 ln\left(\frac{T_f}{T_2}\right)}$$

L'entropie totale est : 0.5

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 \Rightarrow \boxed{\Delta S = C_1 ln\left(\frac{T_f}{T_1}\right) + C_2 ln\left(\frac{T_f}{T_2}\right)}$$ 0.5

- **Les signes de ΔS_1 et ΔS_2 dans le cas où $T_1 > T_2$**

$$T_1 > T_f > T_2 \Rightarrow \begin{cases} ln\left(\frac{T_f}{T_1}\right) < 0 \Rightarrow \Delta S_1 < 0\,;\ \Delta S_1 \ est\ négative \\ ln\left(\frac{T_f}{T_2}\right) > 0 \Rightarrow \Delta S_2 > 0\,;\ \Delta S_2 \ est\ positive \end{cases}$$ 0.5 0.5

- **L'expression de ΔS dans le cas où $C_1 = C_2 = C_p$**

$$\Delta S = C_1 ln\left(\frac{T_f}{T_1}\right) + C_2 ln\left(\frac{T_f}{T_2}\right) = C_p ln\left(\frac{T_f}{T_1}\right) + C_p ln\left(\frac{T_f}{T_2}\right) = C_p\left[ln\left(\frac{T_f}{T_1}\right) + ln\left(\frac{T_f}{T_2}\right)\right] = C_p ln\left(\frac{T_f}{T_1}\frac{T_f}{T_2}\right) = C_p ln\left(\frac{T_f^{\,2}}{T_1T_2}\right)$$

De (1) on a : 0.5

$$T_f = \frac{T_1C_p + T_2C_p}{C_p + C_p} = \frac{T_1 + T_2}{2}$$ 0.5

Alors

$$\Delta S = C_p ln\left(\frac{\left(\frac{T_1+T_2}{2}\right)^2}{T_1T_2}\right) = C_p ln\left(\frac{(T_1+T_2)^2}{4T_1T_2}\right) \Rightarrow \boxed{\Delta S = C_p ln\left(\frac{(T_1+T_2)^2}{4T_1T_2}\right)}$$ 0.5

Université Ibn Khaldoun
Faculté des sciences de la matière
Département de physique

Niveau : 2e année physique
Module : Thermodynamique
A.U : 2023-2024 Durée : 1H30

Exercice 3 (10 points)

1- L'expression de $\left(\frac{\partial C_V}{\partial V}\right)_T$.

1er principe : $dU = \delta W + \delta Q = C_V dT + (l - P)dV$ 0.5

dU est (D.T.E)

$$\boxed{\left(\frac{\partial C_V}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial [l-P]}{\partial T}\right)_V = \left(\frac{\partial l}{\partial T}\right)_V - \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)}$$ 0.5

2- L'expression de $\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$.

Calculons $\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$, a partir de l'équation d'état, on obtient : 0.5

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \left(\frac{\partial \left\{\frac{NkT}{V}\left[1+\frac{N}{V}\left(b-\frac{a}{T}\right)\right]\right\}}{\partial T}\right)_V = \frac{Nk}{\mathrm{V}}\left[1+\frac{N}{V}\left(b-\frac{a}{T}\right)\right] + \frac{NkT}{V}\left(\frac{Na}{VT^2}\right) = \frac{P}{T} + \frac{NkT}{V}\left(\frac{Na}{VT^2}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \frac{P}{T} + \frac{N^2ka}{V^2T} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)}$$ 0.5

Alors

$$\left(\frac{\partial C_V}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial l}{\partial T}\right)_V - \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \left(\frac{\partial l}{\partial T}\right)_V - \frac{P}{T} - \frac{N^2ka}{V^2T}$$

$$\boxed{\left(\frac{\partial C_V}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial l}{\partial T}\right)_V - \frac{1}{\mathrm{T}}\left(P + \frac{N^2ka}{V^2}\right) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)}$$ 0.5

3- L'expression de $\left(\frac{\partial C_V}{\partial V}\right)_T$.

2ième principe : $dS = \delta Q/T = \frac{C_V}{T}dT + \frac{l}{T}dV$ 0.5

dS est (D.T.E)

$$\left(\frac{\partial [C_V/T]}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial [l/T]}{\partial T}\right)_V \Rightarrow \frac{1}{T}\left(\frac{\partial C_V}{\partial V}\right)_T = \frac{1}{T^2}\left(T\left(\frac{\partial l}{\partial T}\right)_V - l\left(\frac{\partial T}{\partial T}\right)_V\right) = \frac{1}{T}\left(\frac{\partial l}{\partial T}\right)_V - \frac{l}{T^2}$$ 0.5

$$\boxed{\left(\frac{\partial C_V}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial l}{\partial T}\right)_V - \frac{l}{T} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)}$$ 0.5

4- Le coefficient l.

Comparons (1), (3) et (4) on obtient :

$$\frac{l}{T} = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \frac{1}{\mathrm{T}}\left(P + \frac{N^2ka}{V^2}\right)$$ 0.5

$$\Rightarrow l = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \left(P + \frac{N^2ka}{V^2}\right) = P + n^2ka$$

$\boxed{l = P + n^2ka}$ avec $n = N/V$

0.5

5- L'énergie interne.

$$dU = \delta W + \delta Q = C_V dT + (l - P)dV$$ 0.5

Alors

0.5

بالتوفيق

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_V = l - P \Rightarrow dU = (l-P)dV$$

$$\Rightarrow U = \int (l-P)dV = \int (P + n^2ka - P)dV = \int n^2 ka\,dV = ka\int \frac{N^2}{V^2}dV = kaN^2\int\frac{dV}{V^2} = -\frac{kaN^2}{V} + U_0$$

0.5

$$\boxed{\Rightarrow U(T,n,N) = U_0(T,N) - kaNn}$$

0.5

6- La forme de $U_0(T,N)$.

T est une variable intensive tandis que $U(T,n,N)$ est de nature extensive, on a donc nécessairement $U_0(T,N)$ s'écrit sous la forme suivante :

0.25

$$\boxed{U_0(T,N) = Nu_0(T)}$$

0.5

7- L'entropie $S(T,n,N)$.

Du 2ième principe, on a

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \frac{l}{T} = \frac{P+n^2ka}{T} = \frac{1}{T}\left[\frac{NkT}{V}\left[1+\frac{N}{V}\left(b-\frac{a}{T}\right)\right] + n^2ka\right] = \frac{1}{T}\left[nkT\left[1+n\left(b-\frac{a}{T}\right)\right] + n^2ka\right]$$

0.5

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = nk + n^2kb \Rightarrow \frac{dS}{dV} = nk + n^2kb$$

0.5

Alors

$$\Rightarrow dS = Nk\frac{dV}{V} + N^2kb\frac{dV}{V^2} \Rightarrow S = Nk\int\frac{dV}{V} + N^2kb\int\frac{dV}{V^2} = Nk\ln V + N^2kb\left(-\frac{1}{V}\right) + C = Nk\ln\left(\frac{N}{n}\right) - Nkbn + C$$

0.5

$$\Rightarrow S = Nk\ln\left(\frac{N}{n}\right) - Nkbn + C = Nk(\ln N - \ln n) - Nkbn + C = Nk\ln N + C - Nk\ln n - Nkbn$$

$$\Rightarrow S(T,n,N) = S_0(T,N) - Nk(\ln n + nb)$$

0.5

$$\boxed{\Rightarrow S(T,n,N) = Ns_0(T) - Nk(\ln n + nb)}$$

0.25

بالتوفيق